

Chương I. MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ - PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH

TS. Hà Văn Hiếu

Đại học Kinh Tế - Luật, Tp. Hồ Chí Minh

Ngày 30 tháng 5 năm 2020



Giới thiệu về môn học Mô hình Toán Kinh Tế (Mathematical models in Economics)

- ❶ Chương I. Định nghĩa mô hình Toán kinh Tế.
- ❷ Chương II. Mô hình Quy hoạch tuyến tính.
- ❸ Chương III. Mô hình tĩnh - bài toán tối ưu.
- ❹ Chương IV. Mô hình động.

Đề cương

Giảng viên

Dr. Hà Văn Hiếu,
Khoa Toán Kinh Tế - Đại học Kinh Tế - Luật Tp. HCM,
Email: hieuhv@uel.edu.vn, mobile: 0972 236 365.

Giảng viên

Dr. Hà Văn Hiếu,
Khoa Toán Kinh Tế - Đại học Kinh Tế - Luật Tp. HCM,
Email: hieuhv@uel.edu.vn, mobile: 0972 236 365.

hieuhv@uel.edu.vn

Người học

Sinh viên

- Sinh viên các khối ngành kinh tế: kinh tế lượng, kinh tế vi mô, kinh tế vĩ mô, toán thống kê, v.v.,
- Những ai quan tâm,
- ...

Lịch học

Thứ 5, tiết 7-9, phòng A810

Tuần 1 2..5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

Quy định về lớp học

- Thời gian: 12g30 - 2g45
- **HẠN CHẾ** sử dụng điện thoại trong lớp học.

Điểm số

Quá trình	30%
Giữa kì	20%
Cuối kì	50%

Tài liệu tham khảo

Giáo trình chính

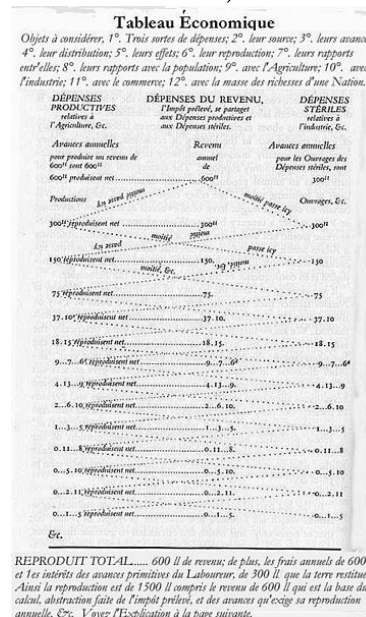
Giáo trình Mô hình Toán Kinh Tế, **PGS.TS. Nguyễn Quang Dong (chủ biên)**, NXB Thống kê, 2006.

Tài liệu tham khảo khác

- *Introduction to Operations Research 7th edition*, **Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman**, McGraw-Hill Higher Education.
- *Giáo trình Toán Cao Cấp*, **PGS. TS. Lê Anh Vũ (chủ biên)**, NXB ĐHQG TP. HCM, 2015.

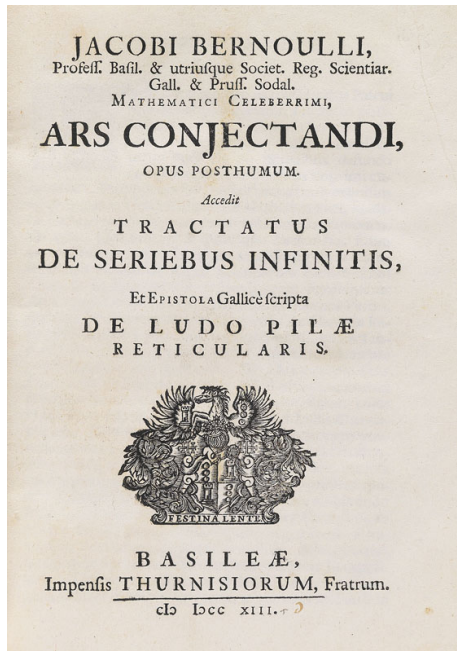
Lịch sử Mô hình Toán Kinh Tế

- Năm 1758, François Quesnay viết "Tableau économique", mở đầu cho trường phái trọng nông trong kinh tế (the Physiocratic school of economics)



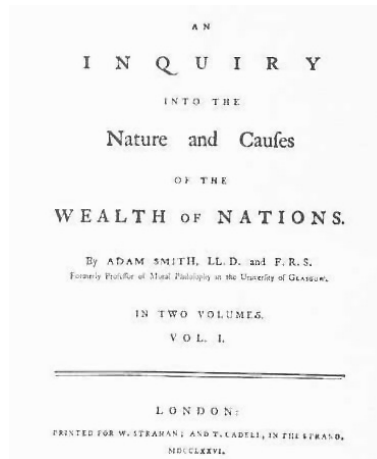
Lịch sử MHTKT

- 1713, Jacob Bernoulli nghiên cứu về mô hình tiết kiệm và lãi suất trong "**Ars conjectandi**" (The art of prediction)



Lịch sử MHTKT

- Năm 1776, Adam Smith xuất bản cuốn sách **The wealth of Nations**, trong đó ông có sử dụng "*cung*" và "*cầu*" và đưa chúng vào các mô hình. Và đây là cơ sở cho *Lý thuyết cân bằng kinh tế* của **Léon Walras**



Lịch sử MHTKT

- *Điều chỉnh Walras*: tình trạng cung và cầu có thể đạt tới trạng thái cân bằng thông qua quá trình tâtonnement ("trial and error"). Vào những năm 1970, định lý Sonnenschein–Mantel–Debreu đã chứng minh rằng trạng thái cân bằng ấy không nhất thiết là duy nhất và ổn định

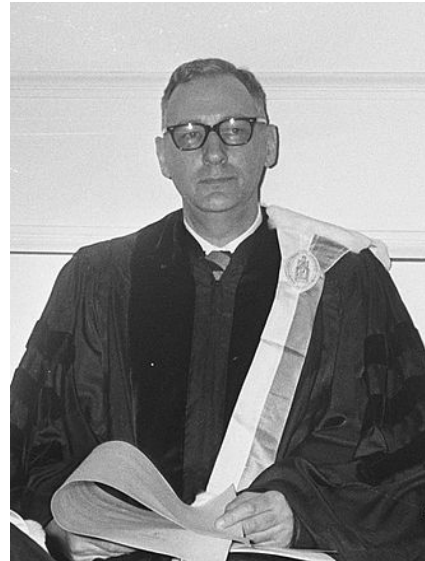
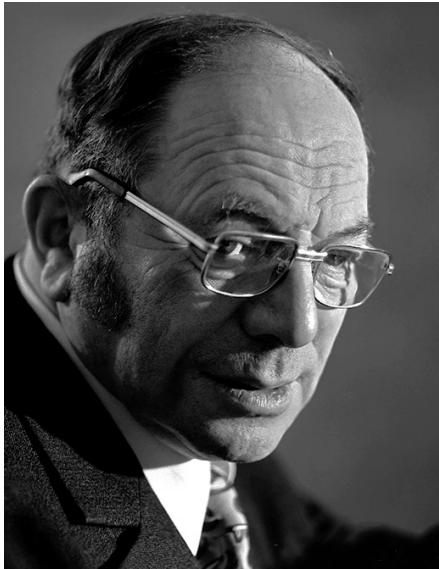


- Mô hình *INPUT-OUTPUT* của Wassily Leontief giúp ông đạt giải Nobel Kinh tế 1973. Và ông là người đầu tiên sử dụng ma trận để biểu diễn nền kinh tế.



Lịch sử MHTKT

- *Quy hoạch tuyến tính* được đề xuất đồng thời bởi Leonid Kantorovich và T. C. Koopmans. Công trình đã giúp hai người chia sẻ giải Nobel kinh tế vào năm 1975.

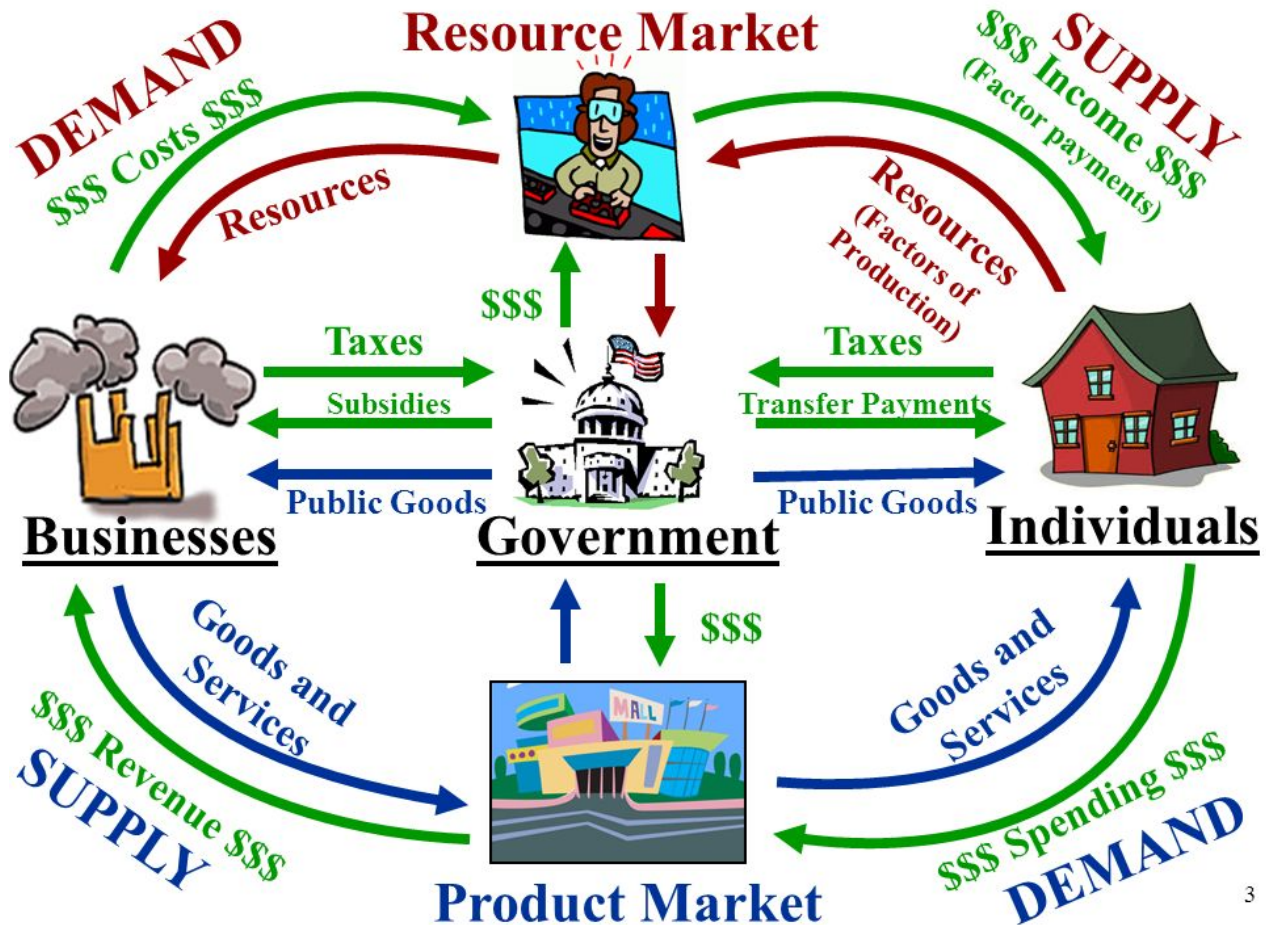


Lịch sử MHTKT

- Một số mô hình *Tăng trưởng kinh tế* đáng chú ý như mô hình Harrod-Domar, mô hình Solow-Swan, mô hình tân cổ điển, v.v. Đặc điểm của những mô hình này là phi tuyến và sử dụng *phương trình đạo hàm riêng*.



MHTKT là gì?



MHTKT là gì?

- Mô hình Toán Kinh Tế là một sự mô phỏng có *chủ đích* của các sự kiện kinh tế trong thực tế.

MHTKT là gì?

- Mô hình Toán Kinh Tế là một sự mô phỏng có *chủ đích* của các sự kiện kinh tế trong thực tế.
- Sử dụng các *công cụ toán học* để mô tả các quy luật kinh tế.

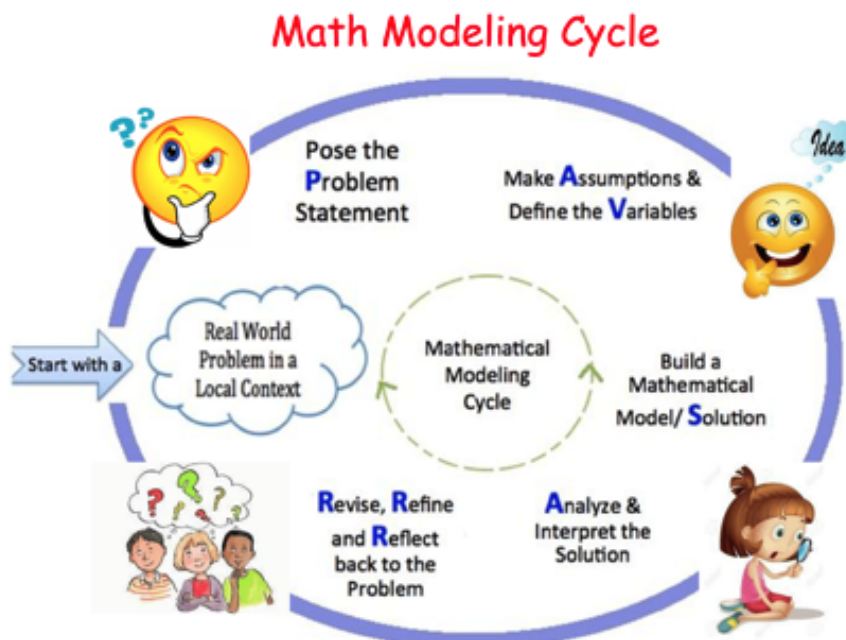
MHTKT là gì?

- Mô hình Toán Kinh Tế là một sự mô phỏng có *chủ đích* của các sự kiện kinh tế trong thực tế.
- Sử dụng các *công cụ toán học* để mô tả các quy luật kinh tế.
- Sử dụng các công cụ toán học để *phân tích*, và đưa ra các kết luận kinh tế, hoặc để diễn giải về sự phát triển của các quá trình kinh tế, đưa ra các dự đoán, v.v. giúp thiết kế và điều khiển hệ thống (kinh tế) một cách tối ưu.

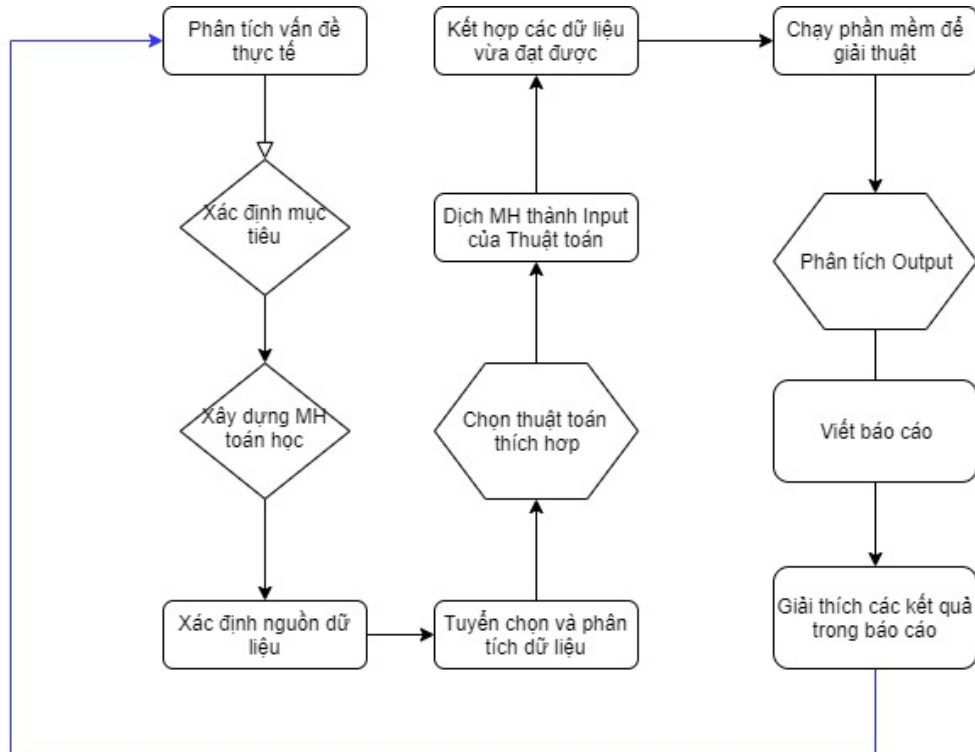
MHTKT là gì?

- Mô hình Toán Kinh Tế là một sự mô phỏng có *chủ đích* của các sự kiện kinh tế trong thực tế.
- Sử dụng các *công cụ toán học* để mô tả các quy luật kinh tế.
- Sử dụng các công cụ toán học để *phân tích*, và đưa ra các kết luận kinh tế, hoặc để diễn giải về sự phát triển của các quá trình kinh tế, đưa ra các dự đoán, v.v. giúp thiết kế và điều khiển hệ thống (kinh tế) một cách tối ưu.
- Đưa ra các thuật toán (algorithm) để phân tích trên máy tính.

Quá trình mô hình hóa (modeling process)



Detail modeling process



Mô hình hóa kinh tế - các nguyên tắc

- 1 Cần xác định mục tiêu trước khi tiến hành mô hình hóa.

Mô hình hóa kinh tế - các nguyên tắc

- ❶ Cần xác định mục tiêu trước khi tiến hành mô hình hóa.
- ❷ Việc giản lược, lý tưởng hóa mô hình, đặt ra các giả thiết là điều không thể tránh khỏi.

Mô hình hóa kinh tế - các nguyên tắc

- ❶ Cần xác định mục tiêu trước khi tiến hành mô hình hóa.
- ❷ Việc giản lược, lý tưởng hóa mô hình, đặt ra các giả thiết là điều không thể tránh khỏi.
- ❸ Tránh các khuynh hướng cực đoan như:
 - "Thấy cây mà không thấy rừng" - tức là mô hình quá chi tiết, vụn vặt, không tập trung vào các yếu tố cốt lõi.

Mô hình hóa kinh tế - các nguyên tắc

- ① Cần xác định mục tiêu trước khi tiến hành mô hình hóa.
- ② Việc giản lược, lý tưởng hóa mô hình, đặt ra các giả thiết là điều không thể tránh khỏi.
- ③ Tránh các khuynh hướng cực đoan như:
 - "Thấy cây mà không thấy rừng" - tức là mô hình quá chi tiết, vụn vặt, không tập trung vào các yếu tố cốt lõi.
 - "Theo các đường mòn quá đơn giản" - tức là mô hình quá đơn giản, giản lược, không phản ánh đúng thực tế, không chứa đựng thông tin đáng giá.

Ví dụ - mô hình bằng lời

Người mua gặp người bán

Ví dụ - mô hình bằng lời

Người mua gặp người bán



Xác định p

Ví dụ - mô hình bằng lời

Người mua gặp người bán

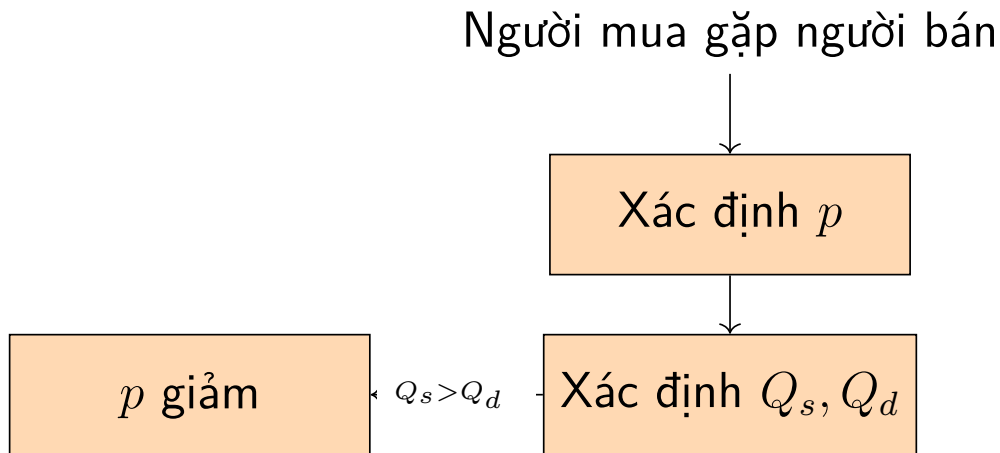


Xác định p



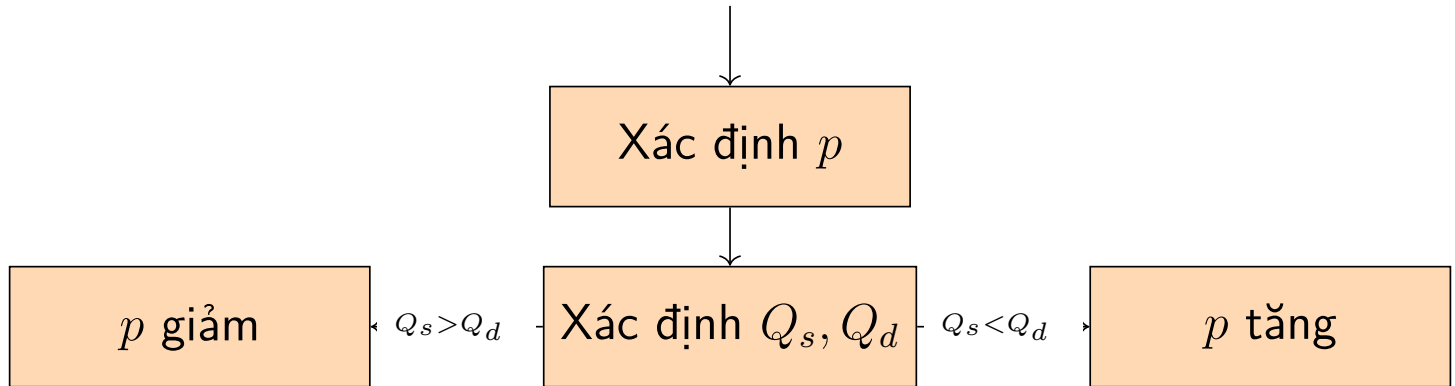
Xác định Q_s, Q_d

Ví dụ - mô hình bằng lời

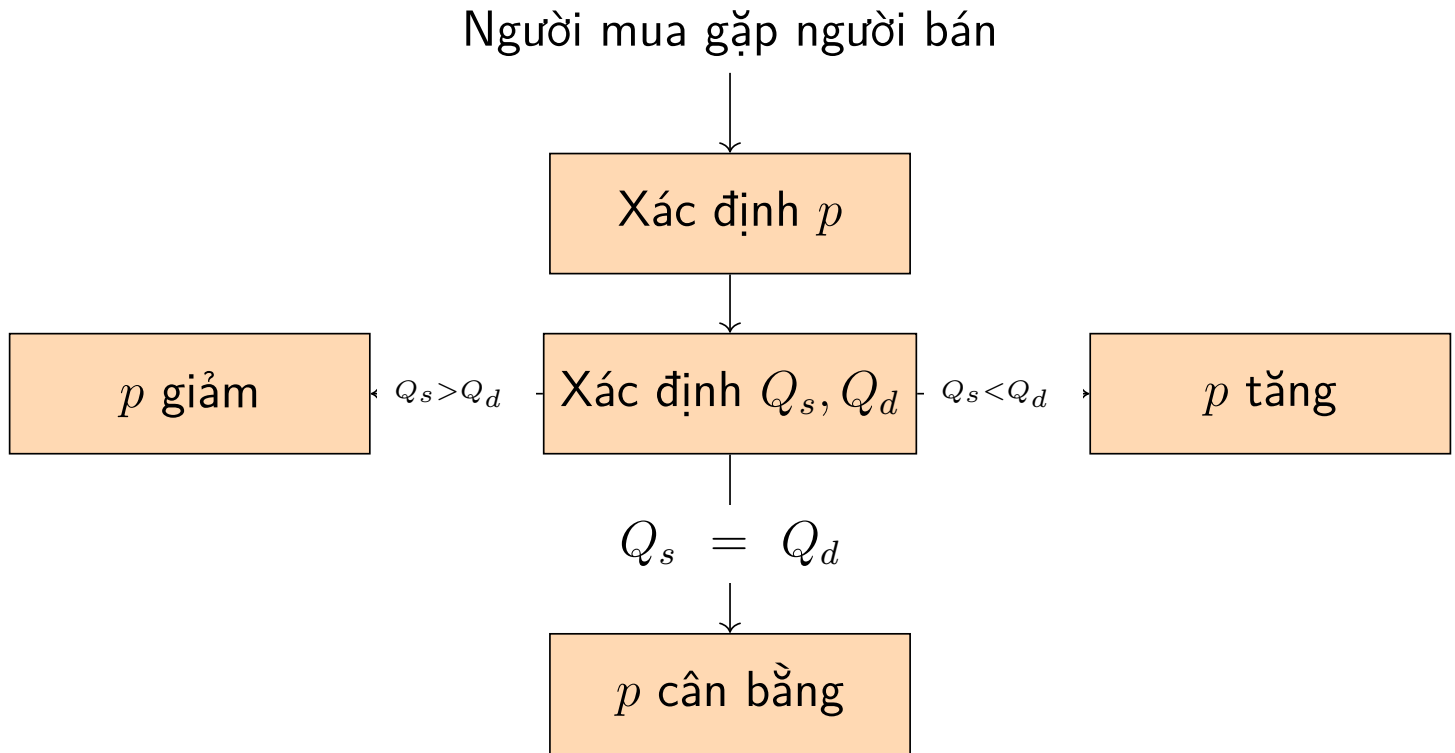


Ví dụ - mô hình bằng lời

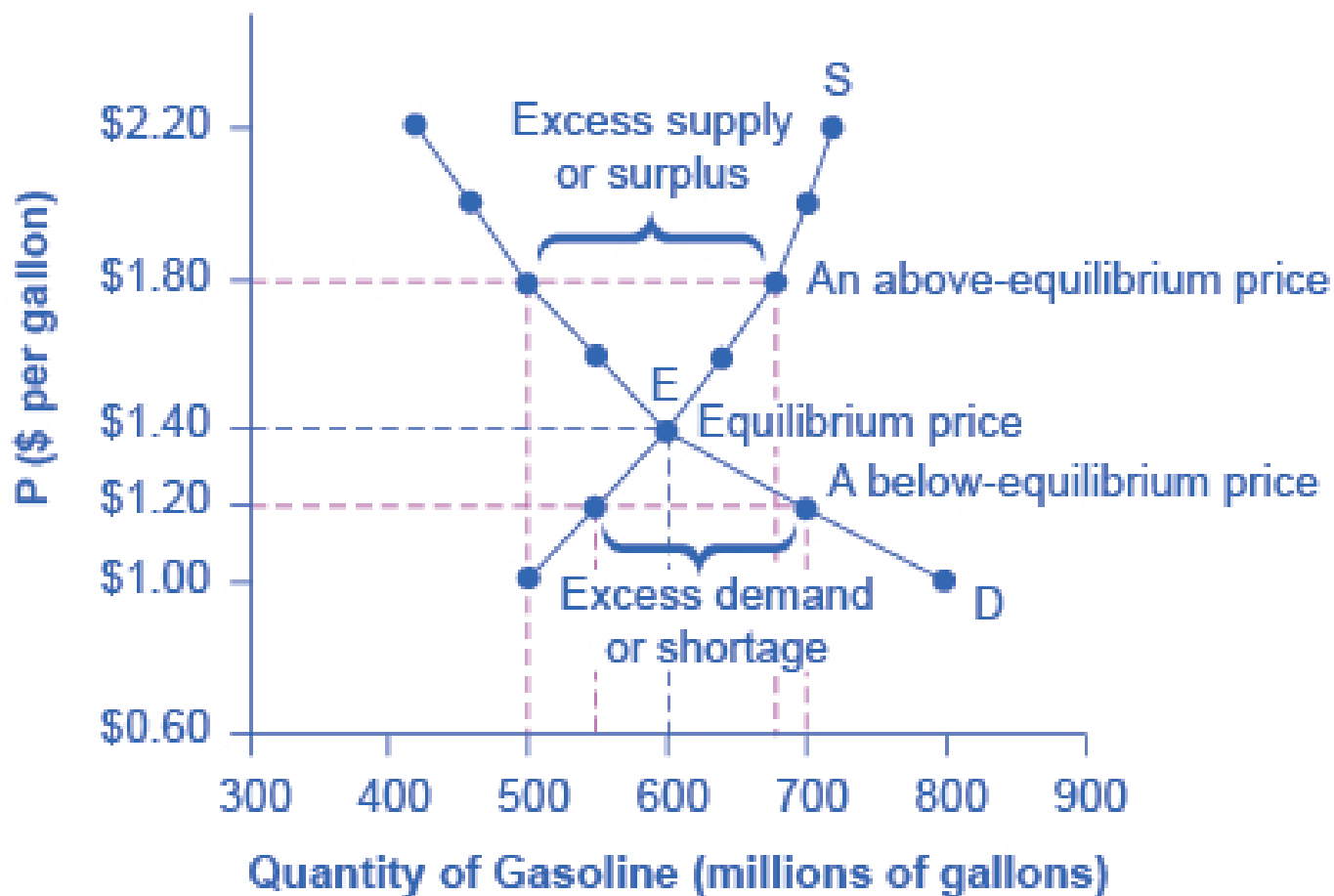
Người mua gặp người bán



Ví dụ - mô hình bằng lời



Ví dụ - mô hình bằng hình vẽ



Ví dụ - mô hình toán

$$\begin{cases} S = S(p), & S'(p) > 0, \\ D = D(p), & D'(p) < 0, \\ S = D. \end{cases}$$

Ví dụ - mô hình toán

$$\begin{cases} S = S(p), & S'(p) > 0, \\ D = D(p), & D'(p) < 0, \\ S = D. \end{cases}$$

Trong trường hợp muốn đề cập tới tác động của thu nhập M , thuế T

$$\begin{cases} S = S(p, T), & \frac{\delta S}{\delta p} > 0, \\ D = D(p, M, T), & \frac{\delta D}{\delta p} < 0, \\ S = D. \end{cases}$$

Biến nội sinh và biến ngoại sinh (Endogenous and exogenous variables)

Biến nội sinh

là các biến phản ánh trực tiếp sự kiện, giá trị của chúng phụ thuộc vào nhau và phụ thuộc vào các biến khác.

Biến nội sinh và biến ngoại sinh (Endogenous and exogenous variables)

Biến nội sinh

là các biến phản ánh trực tiếp sự kiện, giá trị của chúng phụ thuộc vào nhau và phụ thuộc vào các biến khác.

Ví dụ. S, D, p là các biến nội sinh.

Biến nội sinh và biến ngoại sinh (Endogenous and exogenous variables)

Biến nội sinh

là các biến phản ánh trực tiếp sự kiện, giá trị của chúng phụ thuộc vào nhau và phụ thuộc vào các biến khác.

Ví dụ. S, D, p là các biến nội sinh.

Biến ngoại sinh

là các biến độc lập với các biến khác trong mô hình, tồn tại bên ngoài mô hình.

Biến nội sinh và biến ngoại sinh (Endogenous and exogenous variables)

Biến nội sinh

là các biến phản ánh trực tiếp sự kiện, giá trị của chúng phụ thuộc vào nhau và phụ thuộc vào các biến khác.

Ví dụ. S, D, p là các biến nội sinh.

Biến ngoại sinh

là các biến độc lập với các biến khác trong mô hình, tồn tại bên ngoài mô hình.

Ví dụ. M, T là các biến ngoại sinh.

Biến nội sinh và biến ngoại sinh (Endogenous and exogenous variables)

Biến nội sinh

là các biến phản ánh trực tiếp sự kiện, giá trị của chúng phụ thuộc vào nhau và phụ thuộc vào các biến khác.

Ví dụ. S, D, p là các biến nội sinh.

Biến ngoại sinh

là các biến độc lập với các biến khác trong mô hình, tồn tại bên ngoài mô hình.

Ví dụ. M, T là các biến ngoại sinh.

Tham số (parameter)

là các biến thể hiện các đặc trưng tương đối ổn định, ít biến động, hoặc là có thể được giả thiết như vậy.

Mối quan hệ trong các biến

Phương trình định nghĩa (definitional equations)

là (bất) phương trình thể hiện quan hệ định nghĩa giữa các biến.

Ví dụ. $\pi = TR - TC$.

Mối quan hệ trong các biến

Phương trình định nghĩa (definitional equations)

là (bất) phương trình thể hiện quan hệ định nghĩa giữa các biến.

Ví dụ. $\pi = TR - TC$.

Phương trình hành vi (behavioural equations)

là (bất) phương trình mô tả quan hệ giữa các biến do tác động của các quy luật kinh tế hoặc là do giả định.

Ví dụ. $S = S(p), D = D(p)$.

Mối quan hệ trong các biến

Phương trình định nghĩa (definitional equations)

là (bất) phương trình thể hiện quan hệ định nghĩa giữa các biến.

Ví dụ. $\pi = TR - TC$.

Phương trình hành vi (behavioural equations)

là (bất) phương trình mô tả quan hệ giữa các biến do tác động của các quy luật kinh tế hoặc là do giả định.

Ví dụ. $S = S(p), D = D(p)$.

Phương trình điều kiện (conditional equations)

là (bất) phương trình mô tả quan hệ giữa các biến số.

Ví dụ. $S = D$

Mối quan hệ giữa các biến - ví dụ

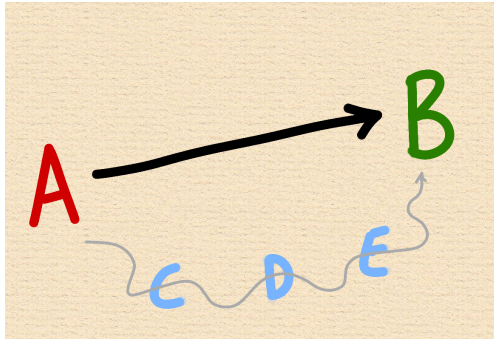
Bài tập - kiểm tra

Giả sử Mr.X là giám đốc công ty ABC. Vấn đề quan tâm hiện nay của Mr.X là vấn đề thời gian giao hàng. Vì có tháng thì khách hàng đặt 1000 sản phẩm của công ty ABC, nhưng có tháng lại đặt 2000 sản phẩm, v.v. Và Mr.X không biết được sản lượng mà khách hàng muốn đặt, cũng như ngày nào thì khách hàng lại đặt. Để kiểm soát việc đó thì Mr.X muốn xây dựng một mô hình mà trong đó với các biến đầu vào trong công ty thì Mr.X có thể xuất ra số ngày cần để hoàn thành đơn hàng. Có nhiều yếu tố trong công ty, nhưng Mr.X chốt lại thì bao gồm nhân công (tính theo giờ lao động), số máy móc (tính theo năng suất sản xuất trên giờ), số nguyên vật liệu (tính bằng kg), số đơn hàng, v.v.

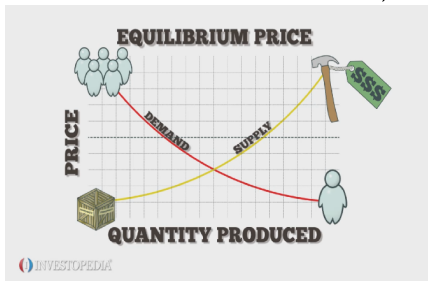
- 1 Xác định hàm mục tiêu của mô hình.
- 2 Xác định các biến của mô hình - phân loại các biến đó.
- 3 Xác định phương trình định nghĩa, hành vi, điều kiện (nếu có).

Phân loại MHTKT theo cấu trúc và công cụ toán

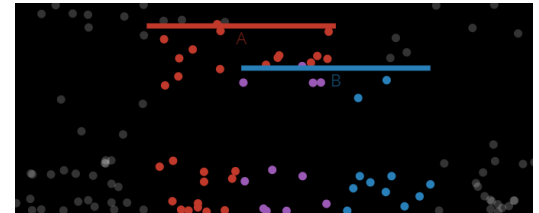
- ① Mô hình tối ưu (Optimization models).



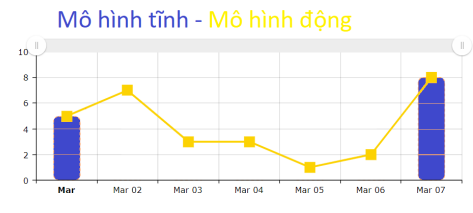
- ② Mô hình cân bằng (Equilibrium models).



- ③ Mô hình tất định, mô hình ngẫu nhiên (fixed effect and random effect models).

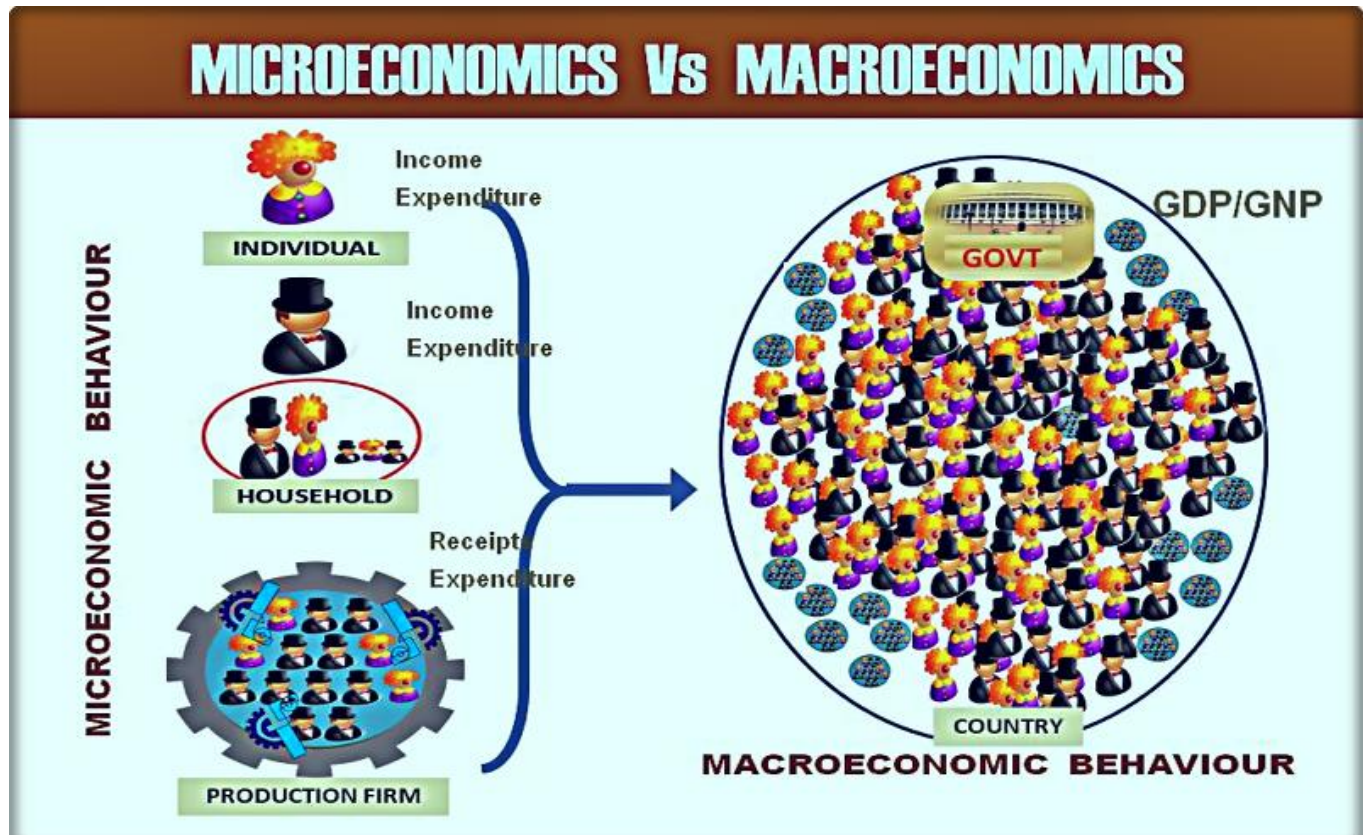


- ④ Mô hình tĩnh và mô hình động (Static and dynamic models).



Phân loại theo quy mô

- 1 Mô hình vĩ mô và mô hình vi mô.



Các phương pháp phân tích mô hình

- 1 Giải mô hình.
- 2 Phân tích so sánh tĩnh.
- 3 *Mô phỏng mô hình.*

Phương pháp giải mô hình

Định nghĩa

Là phương phân tích mô hình bằng việc giải các hệ thức toán học trong mô hình, ví dụ như giải **(hệ) (bất) phương trình** (tuyến tính, vi phân, sai phân v.v.), **giải bài toán quy hoạch**, ... nhằm xác định quan hệ trực tiếp giữa các biến trong mô hình.

Phương pháp giải mô hình

Định nghĩa

Là phương phân tích mô hình bằng việc giải các hệ thức toán học trong mô hình, ví dụ như giải **(hệ) (bất) phương trình** (tuyến tính, vi phân, sai phân v.v.), **giải bài toán quy hoạch**, ... nhằm xác định quan hệ trực tiếp giữa các biến trong mô hình.

Việc giải mô hình như trên thực chất là việc biểu diễn biến nội sinh theo biến ngoại sinh và các tham số, hoặc thậm chí có thể theo biến nội sinh khác. Nghiệm có thể biểu diễn chính xác hoặc *xấp xỉ*, cũng có thể mô tả dưới dạng *các hàm toán học*. Và nghiệm của mô hình phải giúp ta rút ra các kết luận kinh tế mà ta đặt vấn đề từ bước đầu tiên.

Phương pháp giải mô hình

Định nghĩa

Là phương phân tích mô hình bằng việc giải các hệ thức toán học trong mô hình, ví dụ như giải **(hệ) (bất) phương trình** (tuyến tính, vi phân, sai phân v.v.), **giải bài toán quy hoạch**, ... nhằm xác định quan hệ trực tiếp giữa các biến trong mô hình.

Việc giải mô hình như trên thực chất là việc biểu diễn biến nội sinh theo biến ngoại sinh và các tham số, hoặc thậm chí có thể theo biến nội sinh khác. Nghiệm có thể biểu diễn chính xác hoặc *xấp xỉ*, cũng có thể mô tả dưới dạng *các hàm toán học*. Và nghiệm của mô hình phải giúp ta rút ra các kết luận kinh tế mà ta đặt vấn đề từ bước đầu tiên. Lưu ý rằng việc giải mô hình này có thể không cho ta nghiệm tường minh mà chỉ cho ta các *hàm ẩn*.

Phân tích so sánh tĩnh

Sau khi đã giải ra nghiệm của mô hình, điều chúng ta quan tâm là *khi biến ngoại sinh thay đổi tức thời thì biến nội sinh thay đổi như thế nào ?*. Do sự phân tích này chỉ là sự phân tích tức thời nên ta gọi là phân tích so sánh tĩnh.

Phân tích so sánh tĩnh

Sau khi đã giải ra nghiệm của mô hình, điều chúng ta quan tâm là *khi biến ngoại sinh thay đổi tức thời thì biến nội sinh thay đổi như thế nào ?*. Do sự phân tích này chỉ là sự phân tích tức thời nên ta gọi là phân tích so sánh tĩnh. Một số phương pháp phân tích so sánh tĩnh thường được sử dụng

- ❶ Đo lường sự thay đổi tuyệt đối - *Giá trị cận biên*.
- ❷ Đo lường sự thay đổi tương đối - *hệ số co giãn*.
- ❸ Đo lường hệ số tăng trưởng.
- ❹ Đo lường hệ số thay thế

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

Giả sử biến nội sinh z phụ thuộc vào các biến ngoại sinh $x, y : z = z(x, y)$. Lúc đó,

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối của hàm kinh tế z theo biến x tại thời điểm tức thời (x_o, y_o) là đo lường sự thay đổi của z khi x thay đổi từ x_o thêm một lượng nhỏ là Δx .

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

Giả sử biến nội sinh z phụ thuộc vào các biến ngoại sinh $x, y : z = z(x, y)$. Lúc đó,

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối của hàm kinh tế z theo biến x tại thời điểm tức thời (x_o, y_o) là đo lường sự thay đổi của z khi x thay đổi từ x_o thêm một lượng nhỏ là Δx .

Nghĩa là ta sẽ tính

$$\Delta z(x_o, y_o) := z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o).$$

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

Giả sử biến nội sinh z phụ thuộc vào các biến ngoại sinh $x, y : z = z(x, y)$. Lúc đó,

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối

Đo lường sự thay đổi tuyệt đối của hàm kinh tế z theo biến x tại thời điểm tức thời (x_o, y_o) là đo lường sự thay đổi của z khi x thay đổi từ x_o thêm một lượng nhỏ là Δx .

Nghĩa là ta sẽ tính

$$\Delta z(x_o, y_o) := z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o).$$

Lưu ý rằng

$$\Delta z(x_o, y_o) = \frac{z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o)}{\Delta x} \times \Delta x \approx z'_x(x_o, y_o) \times \Delta x.$$

10 nguyên lý trong kinh tế - 10 principles of economics



10 nguyên lý cơ bản của kinh tế do [Nicolas Gregory Mankiw \(Mỹ, 1958-\)](#), một trong 10 nhà kinh tế xuất sắc nhất thế giới hiện nay đưa ra. Nguyên lý thứ 3: "Con người suy nghĩ tại điểm cận biên" ("Rational people think at the margin").

Hàm kinh tế một biến

$$y = y(x)$$

$y'(x)$ là

Hàm kinh tế một biến

$$y = y(x)$$

$y'(x)$ là sự thay đổi (xấp xỉ) của hàm kinh tế y khi x tăng lên một đơn vị (trong trường hợp này, 1 đơn vị được xem là tương đối nhỏ).

Hàm kinh tế một biến

$$y = y(x)$$

$y'(x)$ là sự thay đổi (*xấp xỉ*) của hàm kinh tế y khi x tăng lên một đơn vị (trong trường hợp này, 1 đơn vị được xem là tương đối nhỏ).

Ví dụ. Nếu hàm chi phí

$C = C(Q)$ thoả mãn

$C'(50) = 375$ thì ta suy ra:

nếu Q tăng lên 1 đơn vị từ 500 lên 501 thì chi phí tăng lên *khoảng* 375.

Hàm kinh tế hai biến

$$z = z(x, y)$$

z'_x là

Hàm kinh tế một biến

$$y = y(x)$$

$y'(x)$ là sự thay đổi (xấp xỉ) của hàm kinh tế y khi x tăng lên một đơn vị (trong trường hợp này, 1 đơn vị được xem là tương đối nhỏ).

Ví dụ. Nếu hàm chi phí

$C = C(Q)$ thoả mãn

$C'(50) = 375$ thì ta suy ra:

nếu Q tăng lên 1 đơn vị từ 500 lên 501 thì chi phí tăng lên *khoảng* 375.

Hàm kinh tế hai biến

$$z = z(x, y)$$

z'_x là sự thay đổi (xấp xỉ) của hàm kinh tế z khi x tăng lên một đơn vị, còn y thì cố định.

Hàm kinh tế một biến

$$y = y(x)$$

$y'(x)$ là sự thay đổi (*xấp xỉ*) của hàm kinh tế y khi x tăng lên một đơn vị (trong trường hợp này, 1 đơn vị được xem là tương đối nhỏ).

Ví dụ. Nếu hàm chi phí $C = C(Q)$ thoả mãn $C'(50) = 375$ thì ta suy ra: nếu Q tăng lên 1 đơn vị từ 500 lên 501 thì chi phí tăng lên *khoảng* 375.

Hàm kinh tế hai biến

$$z = z(x, y)$$

z'_x là sự thay đổi (*xấp xỉ*) của hàm kinh tế z khi x tăng lên một đơn vị, còn y thì cố định.

Ví dụ. Nếu hàm chi phí $C = C(Q_1, Q_2)$ thoả mãn $C'_{Q_1}(3000, 1000) = 2000$ thì ta suy ra: nếu Q_1 tăng lên một đơn vị từ 3000 lên 3001, trong khi Q_2 giữ nguyên thì chi phí tăng lên *khoảng* 2000.

Các trường hợp xảy ra khi tính hệ số cận biên

- 1 Có nhiều hơn một biến thay đổi với một lượng khá nhỏ.

Các trường hợp xảy ra khi tính hệ số cận biên

- 1 Có nhiều hơn một biến thay đổi với một lượng khá nhỏ. Lúc đó ta sử dụng xấp xỉ sau:

$$\Delta z \approx z'_x \times \Delta x + z'_y \times \Delta y.$$

- 2 Nếu x không phải là biến ngoại sinh mà là biến nội sinh phụ thuộc vào nhiều biến khác thì ta có thể sử dụng công thức đạo hàm của hàm hợp.
- 3 Nếu quan hệ giữa biến nội sinh z và các biến ngoại sinh x, y ở dạng ẩn thì ta sử dụng công thức đạo hàm của hàm ẩn.

Ôn tập về đạo hàm riêng - Giáo trình Toán Cao Cấp

Bài tập

Tính các đạo hàm riêng cấp 1 tại điểm $(1, 2)$ của các hàm sau:

a. $z = x^2 - 3xy + 2y^2 - 4x + 5y - 2,$

b. $z = xe^{xy}.$

Bài tập

Tính các đạo hàm riêng cấp 1 của hàm ẩn $z = z(x, y)$ cho bởi:

a. $x^3 + 2x^2yz + \sin z - 1 = 0,$

b. $x^3 + 8y^3 + z^3 - 6xyz = 0.$

Bài tập

Một doanh nghiệp có hàm sản xuất là $Q = K(2L + 80)$. Giá thuê một đơn vị vốn là $w_K = 100$ USD, giá thuê nhân công là $w_L = 50$ USD và Ngân sách cố định $B = 380.000$ USD. Xác định lượng cầu Marshall của vốn và nhân công để tối đa hóa sản lượng.

Bài tập chuẩn bị cho tuần tới - Hạn chót: 16/3

Bài tập nhóm

Giả sử hàm GDP của Việt Nam có dạng Cobb-Douglas, và xác định bởi

$$\text{GDP}(t) = 0,000005 \cdot e^{0,067t} K^{0,2} L^3,$$

trong đó K là lượng vốn, L là lao động, $t \geq 0$ là thời gian.

- a. Tính hệ số tăng trưởng của GDP.
- b. Tính hệ số co giãn của GDP theo lượng vốn và theo lao động.
- c. So sánh (đi kèm giải thích) sự đóng góp của lượng vốn và lượng lao động cho nền kinh tế Việt Nam. Theo em thực tế này có "phù hợp" với nền kinh tế Việt Nam không và vì sao?

Bài tập nhóm

Bài tập 14, 15, trang 80, trong sách Giáo trình Mô hình Toán Kinh Tế của PGS.TS. Nguyễn Quang Dong - Ngô Văn Thứ - PGS.TS. Hoàng Đình Tuấn, trường Đại học Kinh tế Quốc dân, NXB Thống kê.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn đo lường sự thay đổi của z khi x thay đổi một khoảng nhỏ tại thời điểm $(x = x_o, y = y_o)$.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn đo lường sự thay đổi của z khi x thay đổi một khoảng nhỏ tại thời điểm $(x = x_o, y = y_o)$. Tức là ta muốn tính

$$(\Delta z)_x(x_o, y_o) := z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o).$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

$$\begin{aligned}(\Delta z)_x(x_o, y_o) &= z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o) \\&= \frac{z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o)}{\Delta x} \cdot \Delta x \\&\approx z'_x(x_o, y_o) \cdot \Delta x.\end{aligned}$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

$$\begin{aligned}(\Delta z)_x(x_o, y_o) &= z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o) \\&= \frac{z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o)}{\Delta x} \cdot \Delta x \\&\approx z'_x(x_o, y_o) \cdot \Delta x.\end{aligned}$$

Suy ra

$$(\Delta z)_x \approx z'_x \cdot \Delta x.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

Khi $\Delta x = 1$ thì ta có

$$(\Delta z)_x \approx z'_x.$$

Giá trị này được gọi là giá trị cận biên của hàm kinh tế z .

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

Khi $\Delta x = 1$ thì ta có

$$(\Delta z)_x \approx z'_x.$$

Giá trị này được gọi là giá trị cận biên của hàm kinh tế z .

Giá trị cận biên

Giá trị cận biên theo biến ngoại sinh x (tại (x_o, y_o)) đo lường

- sự thay đổi tuyệt đối của biến nội sinh (từ điểm bắt đầu là $z(x_o, y_o)$),

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

Khi $\Delta x = 1$ thì ta có

$$(\Delta z)_x \approx z'_x.$$

Giá trị này được gọi là giá trị cận biên của hàm kinh tế z .

Giá trị cận biên

Giá trị cận biên theo biến ngoại sinh x (tại (x_o, y_o)) đo lường

- sự thay đổi tuyệt đối của biến nội sinh (từ điểm bắt đầu là $z(x_o, y_o)$),
- khi x tăng lên 1 đơn vị (từ x_o lên $x_o + 1$ và y_o giữ nguyên).

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

Khi $\Delta x = 1$ thì ta có

$$(\Delta z)_x \approx z'_x.$$

Giá trị này được gọi là giá trị cận biên của hàm kinh tế z .

Giá trị cận biên

Giá trị cận biên theo biến ngoại sinh x (tại (x_o, y_o)) đo lường

- sự thay đổi tuyệt đối của biến nội sinh (từ điểm bắt đầu là $z(x_o, y_o)$),
- khi x tăng lên 1 đơn vị (từ x_o lên $x_o + 1$ và y_o giữ nguyên).

Giá trị cận biên của hàm kinh tế $z = z(x, y)$ theo biến x được kí hiệu bởi $(Mz)_x$:

$$\boxed{(Mz)_x(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o)}.$$

Ý NGHĨA CỦA GIÁ TRỊ CẬN BIÊN



10 nguyên lý cơ bản của kinh tế do **Nicolas Gregory Mankiw (Mỹ, 1958-)**, một trong 10 nhà kinh tế xuất sắc nhất thế giới hiện nay đưa ra. Nguyên lý thứ 3: **"Con người duy lý suy nghĩ tại điểm cận biên"** ("Rational people think at the margin").

Ý NGHĨA CỦA GIÁ TRỊ CẬN BIÊN



10 nguyên lý cơ bản của kinh tế do **Nicolas Gregory Mankiw (Mỹ, 1958-)**, một trong 10 nhà kinh tế xuất sắc nhất thế giới hiện nay đưa ra. Nguyên lý thứ 3: **"Con người duy lý suy nghĩ tại điểm cận biên" ("Rational people think at the margin")**.

. **Ví dụ.** Khi ta mua một chiếc Laptop mới, ta thường so sánh các chi tiết được thêm vào (các lợi ích thêm vào) tương ứng với số tiền mà ta phải bỏ ra thêm.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

$$(\text{M}z)_x(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o).$$

- ❶ Trường hợp 1. x, y là các biến ngoại sinh độc lập thì ta có

$$z'_x = \frac{\delta z}{\delta x}.$$

- ❷ Trường hợp 2. Khi y là biến nội sinh phụ thuộc vào x :

$$z'_x = \frac{\delta z}{\delta x} + \frac{\delta z}{\delta y} \cdot y'_x.$$

$$(\text{Mz})_x(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o).$$

$$(\text{Mz})_x(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o).$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tuyệt đối) của z tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$ khi x tăng lên 1.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI - VD

$$(Mz)_x(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o).$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tuyệt đối) của z tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$ khi x tăng lên 1.

Tính toán trực tiếp

$$z(400, 160000) = 2 \cdot 400^{0,5} \cdot 160000^{0,25} = 2 \cdot 20 \cdot 20 = 800$$

$$z(401, 160000) = 2 \cdot 401^{0,5} \cdot 160000^{0,25} \approx 800.99937578$$

Sự thay đổi $(\Delta z)_x(400, 160000) \approx 0.99937578$.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI - VD

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$z'_x = 2 \cdot 0,5 \cdot x^{0,5-1} \cdot y^{0,25} = x^{-0,5} \cdot y^{0,25}$$

$$(Mz)_x(400, 160000) = z'_x(400, 160000) = \frac{1}{400^{0,5}} \cdot 160000^{0,25} = 1$$

Sự thay đổi $(Mz)_x \approx 1$.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI - VD

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$z'_x = 2 \cdot 0,5 \cdot x^{0,5-1} \cdot y^{0,25} = x^{-0,5} \cdot y^{0,25}$$

$$(Mz)_x(400, 160000) = z'_x(400, 160000) = \frac{1}{400^{0,5}} \cdot 160000^{0,25} = 1$$

Sự thay đổi $(Mz)_x \approx 1$.

Sự tiện lợi khi ta sử dụng công thức

- 1 Giá trị cận biên được xem như là một hàm và có thể tính toán tại mọi điểm.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI - VD

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$z'_x = 2 \cdot 0,5 \cdot x^{0,5-1} \cdot y^{0,25} = x^{-0,5} \cdot y^{0,25}$$

$$(Mz)_x(400, 160000) = z'_x(400, 160000) = \frac{1}{400^{0,5}} \cdot 160000^{0,25} = 1$$

Sự thay đổi $(Mz)_x \approx 1$.

Sự tiện lợi khi ta sử dụng công thức

- 1 Giá trị cận biên được xem như là một hàm và có thể tính toán tại mọi điểm.
- 2 Việc lưu trữ, khảo sát, tính toán trên hàm tiện lợi hơn khi làm việc trên một bộ dữ liệu nhiều điểm.

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

Đặt vấn đề

$z = z(x, y)$ thay đổi như thế nào khi cả x và y cùng thay đổi?

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

Đặt vấn đề

$z = z(x, y)$ thay đổi như thế nào khi cả x và y cùng thay đổi?

- Tại $(x_o, y_o) : z_o = z(x_o, y_o)$.
- Tại $(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) : z_1 = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y)$.
- Sự thay đổi:
 $(\Delta z)_{xy}(x_o, y_o) = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) - z(x_o, y_o)$.

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

Đặt vấn đề

$z = z(x, y)$ thay đổi như thế nào khi cả x và y cùng thay đổi?

- Tại $(x_o, y_o) : z_o = z(x_o, y_o)$.
- Tại $(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) : z_1 = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y)$.
- Sự thay đổi:
 $(\Delta z)_{xy}(x_o, y_o) = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) - z_o = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) - z(x_o, y_o)$.

Khi Δx và Δy tương đối nhỏ so với x, y ta có

$$(\Delta z)_{xy}(x_o, y_o) \approx z'_x(x_o, y_o) \cdot \Delta x + z'_y(x_o, y_o) \cdot \Delta y.$$

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

Khi $\Delta x = \Delta y = 1$, thì ta có

$$(Mz)_x \approx z'_x + z'_y.$$

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

Khi $\Delta x = \Delta y = 1$, thì ta có

$$(Mz)_x \approx z'_x + z'_y.$$

- Ta gọi đây là giá trị cận biên của z theo hai biến x, y .

SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

Khi $\Delta x = \Delta y = 1$, thì ta có

$$(Mz)_x \approx z'_x + z'_y.$$

- Ta gọi đây là giá trị cận biên của z theo hai biến x, y .
- Trong trường hợp hàm z có n biến thì giá trị cận biên của z theo cả n biến đó sẽ được gọi là **giá trị cận biên toàn phần** của z .

Bài tập. Cho hàm kinh tế

$$z = 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tại điểm $x_o = 400, y_o = 160000$,

- 1 Tìm giá trị cận biên của z theo biến y (bằng cả hai cách: trực tiếp và công thức).
- 2 Tìm giá trị cận biên toàn phần của z (bằng cả hai cách: trực tiếp và công thức).

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TUYỆT ĐỐI

$$(Mz)_x(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o).$$

- ❶ Trường hợp 3. z là hàm ẩn xác định bởi $F(x, y, z) = 0$

$$(Mz)_x = -\frac{\frac{\delta F}{\delta x}}{\frac{\delta F}{\delta z}}.$$

- ❷ Trường hợp 4. z là hàm ẩn xác định bởi $F(x, y, z) = 0$ và y là biến nội sinh phụ thuộc vào x :

$$(Mz)_x = -\frac{\frac{\delta F}{\delta x} + \frac{\delta F}{\delta y} \cdot \frac{dy}{dx}}{\frac{\delta F}{\delta z}}.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn

- đo lường sự thay đổi của z theo %

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn

- đo lường sự thay đổi của z theo %
- khi x thay đổi một khoảng nhỏ (tính theo %)

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn

- đo lường sự thay đổi của z theo %
- khi x thay đổi một khoảng nhỏ (tính theo %)
- tại thời điểm $(x = x_o, y = y_o)$.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn

- đo lường sự thay đổi của z theo %
- khi x thay đổi một khoảng nhỏ (tính theo %)
- tại thời điểm $(x = x_o, y = y_o)$.

Tức là ta muốn tính (theo %) của

$$\frac{z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o)}{z(x_o, y_o)},$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Giả sử ta có hàm kinh tế

$$z = z(x, y),$$

và ta muốn

- đo lường sự thay đổi của z theo %
- khi x thay đổi một khoảng nhỏ (tính theo %)
- tại thời điểm $(x = x_o, y = y_o)$.

Tức là ta muốn tính (theo %) của

$$\frac{z(x_o + \Delta x, y_o) - z(x_o, y_o)}{z(x_o, y_o)},$$

trong đó Δx là phần trăm nhỏ của x , ví dụ $\Delta x = 1\% \cdot x$ hay $\Delta x = 0,5\% \cdot x$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Ta đã biết

$$(\Delta z)_x \approx z'_x \cdot \Delta x.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Ta đã biết

$$(\Delta z)_x \approx z'_x \cdot \Delta x.$$

Suy ra

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx \frac{z'_x \cdot \Delta x}{z}$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Ta đã biết

$$(\Delta z)_x \approx z'_x \cdot \Delta x.$$

Suy ra

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx \frac{z'_x \cdot \Delta x}{z} = z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z}.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Ta đã biết

$$(\Delta z)_x \approx z'_x \cdot \Delta x.$$

Suy ra

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx \frac{z'_x \cdot \Delta x}{z} = z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z}.$$

Do đó, khi x thay đổi một lượng $\Delta x = \alpha\%x$ thì ta có,

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx z'_x \cdot \alpha \cdot \frac{x}{z}\%.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Ta đã biết

$$(\Delta z)_x \approx z'_x \cdot \Delta x.$$

Suy ra

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx \frac{z'_x \cdot \Delta x}{z} = z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z}.$$

Do đó, khi x thay đổi một lượng $\Delta x = \alpha\%x$ thì ta có,

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx z'_x \cdot \alpha \cdot \frac{x}{z}\%.$$

Ngoài ra khi $\Delta x = 1\%$ (và vẫn khá nhỏ so với x) thì ta có

$$\frac{(\Delta z)_x}{z} \approx z'_x \cdot \frac{x}{z}\%$$

Giá trị này được gọi là hệ số co giãn (theo x) của hàm kinh tế z .

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI ƯƠNG ĐỔI

Hệ số co giãn

Hệ số co giãn theo biến ngoại sinh x (tại (x_o, y_o)) đo lường sự thay đổi tương đối của biến nội sinh) khi x tăng lên 1% (từ x_o lên $x_o + 1\% \cdot x_o$ và y_o giữ nguyên).

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI IƯỜNG ĐỔI

Hệ số co giãn

Hệ số co giãn theo biến ngoại sinh x (tại (x_o, y_o)) đo lường sự thay đổi tương đối của biến nội sinh) khi x tăng lên 1% (từ x_o lên $x_o + 1\% \cdot x_o$ và y_o giữ nguyên). Hệ số co giãn của hàm kinh tế $z = z(x, y)$ theo biến x tại điểm (x_o, y_o) được tính bởi công thức

$$\epsilon_x^z(x_o, y_o) = z'_x(x_o, y_o) \cdot \frac{x_o}{z(x_o, y_o)}.$$

Ý NGHĨA CỦA HỆ SỐ CO GIÃN (The Elasticity)

- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| > 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn mạnh** (elastic).

Ý NGHĨA CỦA HỆ SỐ CO GIÃN (The Elasticity)

- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| > 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn mạnh** (elastic). Tại điểm co giãn mạnh, thì hàm z sẽ thay đổi (tương đối) mạnh hơn so với sự thay đổi (tương đối) của x .
- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| = 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn đơn vị** (unit elastic).

Ý NGHĨA CỦA HỆ SỐ CO GIÃN (The Elasticity)

- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| > 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn mạnh** (elastic). Tại điểm co giãn mạnh, thì hàm z sẽ thay đổi (tương đối) mạnh hơn so với sự thay đổi (tương đối) của x .
- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| = 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn đơn vị** (unit elastic). Tại điểm này, thì sự thay đổi của z và x là như nhau.
- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| < 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn yếu** (inelastic).

Ý NGHĨA CỦA HỆ SỐ CO GIÃN (The Elasticity)

- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| > 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn mạnh** (elastic). Tại điểm co giãn mạnh, thì hàm z sẽ thay đổi (tương đối) mạnh hơn so với sự thay đổi (tương đối) của x .
- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| = 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn đơn vị** (unit elastic). Tại điểm này, thì sự thay đổi của z và x là như nhau.
- Nếu $|\epsilon_x^z(x_o, y_o)| < 1$ thì điểm (x_o, y_o) được gọi là **điểm co giãn yếu** (inelastic). Tại điểm co giãn yếu, thì hàm z sẽ thay đổi ít hơn so với sự thay đổi của x .

Hệ số co giãn - Hàm cầu

Giả sử bạn là một nhà kinh doanh một mặt hàng A . Hàm cầu của mặt hàng A trên thị trường cho bởi $Q = Q_d(p)$ với p là giá.

- 1 Theo bạn thì $\epsilon_p^Q < 0$, hay $\epsilon_p^Q > 0$, hay $\epsilon_p^Q = 0$?

Hệ số co giãn - Hàm cầu

Giả sử bạn là một nhà kinh doanh một mặt hàng A . Hàm cầu của mặt hàng A trên thị trường cho bởi $Q = Q_d(p)$ với p là giá.

- 1 Theo bạn thì $\epsilon_p^Q < 0$, hay $\epsilon_p^Q > 0$, hay $\epsilon_p^Q = 0$?
- 2 Nếu $p_o < p_1$ thì $\epsilon_p^Q(p_o) < \epsilon_p^Q(p_1)$?

HỆ SỐ CO GIÃN - VD

Hệ số co giãn - Hàm cầu

Giả sử bạn là một nhà kinh doanh một mặt hàng A . Hàm cầu của mặt hàng A trên thị trường cho bởi $Q = Q_d(p)$ với p là giá.

- 1 Theo bạn thì $\epsilon_p^Q < 0$, hay $\epsilon_p^Q > 0$, hay $\epsilon_p^Q = 0$?
- 2 Nếu $p_o < p_1$ thì $\epsilon_p^Q(p_o) < \epsilon_p^Q(p_1)$?
- 3 Bạn muốn hệ số co giãn bằng bao nhiêu?

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI IƯỜNG ĐỐI

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

- ❶ Trường hợp 1. x, y là các biến ngoại sinh độc lập thì ta có

$$z'_x = \frac{\delta f}{\delta x}. \text{ Suy ra } \epsilon_x^z = \frac{\delta z}{\delta x} \cdot \frac{x}{z}.$$

- ❷ Trường hợp 2. Khi y là biến nội sinh phụ thuộc vào x :

$$z'_x = \frac{\delta z}{\delta x} + \frac{\delta z}{\delta x} \cdot y'_x. \text{ Suy ra } \epsilon_x^z = \left[\frac{\delta z}{\delta x} + \frac{\delta z}{\delta x} \cdot y'_x \right] \cdot \frac{x}{z}.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tương đối) của z theo x tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$.

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tương đối) của z theo x tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$.

Tính toán trực tiếp

$$400 + \frac{1}{100} \cdot 400 = 404$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tương đối) của z theo x tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$.

Tính toán trực tiếp

$$400 + \frac{1}{100} \cdot 400 = 404$$

$$z(400, 160000) = 2 \cdot 400^{0,5} \cdot 1600^{0,25} = 2 \cdot 20 \cdot 20 = 800$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tương đối) của z theo x tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$.

Tính toán trực tiếp

$$400 + \frac{1}{100} \cdot 400 = 404$$

$$z(400, 160000) = 2 \cdot 400^{0,5} \cdot 1600^{0,25} = 2 \cdot 20 \cdot 20 = 800$$

$$z(404, 160000) = 2 \cdot 404^{0,5} \cdot 1600^{0,25} \approx 803,99004969$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Ví dụ.

$$z = 2x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tìm sự thay đổi (tương đối) của z theo x tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$.

Tính toán trực tiếp

$$400 + \frac{1}{100} \cdot 400 = 404$$

$$z(400, 160000) = 2 \cdot 400^{0,5} \cdot 1600^{0,25} = 2 \cdot 20 \cdot 20 = 800$$

$$z(404, 160000) = 2 \cdot 404^{0,5} \cdot 1600^{0,25} \approx 803,99004969$$

Sự thay đổi tương đối

$$\frac{3,99004969}{800} \approx 0.00498756211 \approx 0.498756211\%$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$z'_x = x^{-0,5} \cdot y^{0,25},$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$\begin{aligned} z'_x &= x^{-0,5} \cdot y^{0,25}, \\ z'_x(400, 160000) &= 1 \end{aligned}$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$\begin{aligned} z'_x &= x^{-0,5} \cdot y^{0,25}, \\ z'_x(400, 160000) &= 1 \\ z(400, 160000) &= 800. \end{aligned}$$

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - VD

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Tính toán bằng công thức

Ta có

$$\begin{aligned} z'_x &= x^{-0,5} \cdot y^{0,25}, \\ z'_x(400, 160000) &= 1 \\ z(400, 160000) &= 800. \end{aligned}$$

Suy ra,

$$\epsilon_x^z(400, 160000) = z'_x(400, 1600) \cdot \frac{400}{z(400, 160000)} = 1 \cdot \frac{400}{800} = 0,5$$

Sự thay đổi $\epsilon_x^z\% \approx 0,5\%$.

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỔI

Sự tiện lợi khi ta sử dụng công thức thay vì tính toán trực tiếp

- ① Hệ số co giãn được xem như là một hàm và có thể tính toán tại mọi điểm.

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI

Sự tiện lợi khi ta sử dụng công thức thay vì tính toán trực tiếp

- ① Hệ số co giãn được xem như là một hàm và có thể tính toán tại mọi điểm.
- ② Việc lưu trữ, khảo sát, tính toán trên hàm tiện lợi hơn khi làm việc trên một bộ dữ liệu nhiều điểm.

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

Đặt vấn đề

$z = z(x, y)$ thay đổi tương đối như thế nào khi cả x và y cùng thay đổi tương đối?

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

Đặt vấn đề

$z = z(x, y)$ thay đổi tương đối như thế nào khi cả x và y cùng thay đổi tương đối?

- Tại $(x_o, y_o) : z_o = z(x_o, y_o)$.
- Tại $(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) : z_1 = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y)$.
- Sự thay đổi tuyệt đối:
 $(\Delta z)_{xy}(x_o, y_o) = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) - z(x_o, y_o)$.

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

Đặt vấn đề

$z = z(x, y)$ thay đổi tương đối như thế nào khi cả x và y cùng thay đổi tương đối?

- Tại $(x_o, y_o) : z_o = z(x_o, y_o)$.
- Tại $(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) : z_1 = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y)$.
- Sự thay đổi tuyệt đối:
 $(\Delta z)_{xy}(x_o, y_o) = z(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y) - z(x_o, y_o)$.

Do đó,

$$(\Delta z)_{xy}(x_o, y_o) \approx z'_x(x_o, y_o) \cdot \Delta x + z'_y(x_o, y_o) \cdot \Delta y.$$

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

$$\frac{(\Delta z)_{xy}}{z} \approx z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z} + z'_y \cdot \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{y}{z}.$$

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

$$\frac{(\Delta z)_{xy}}{z} \approx z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z} + z'_y \cdot \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{y}{z}.$$

Khi $\Delta x = 1\%x$ và $\Delta y = 1\%y$, thì ta có

$$\epsilon_{xy}^z \approx \epsilon_x^z + \epsilon_y^z.$$

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

$$\frac{(\Delta z)_{xy}}{z} \approx z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z} + z'_y \cdot \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{y}{z}.$$

Khi $\Delta x = 1\%x$ và $\Delta y = 1\%y$, thì ta có

$$\epsilon_{xy}^z \approx \epsilon_x^z + \epsilon_y^z.$$

- Ta gọi đây là hệ số co giãn của z theo hai biến x, y .

SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TOÀN PHẦN

$$(\Delta z)_{xy} \approx z'_x \cdot \Delta x + z'_y \cdot \Delta y.$$

$$\frac{(\Delta z)_{xy}}{z} \approx z'_x \cdot \frac{\Delta x}{x} \cdot \frac{x}{z} + z'_y \cdot \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{y}{z}.$$

Khi $\Delta x = 1\%x$ và $\Delta y = 1\%y$, thì ta có

$$\epsilon_{xy}^z \approx \epsilon_x^z + \epsilon_y^z.$$

- Ta gọi đây là hệ số co giãn của z theo hai biến x, y .
- Trong trường hợp hàm z có n biến thì hệ số co giãn của z theo cả n biến đó sẽ được gọi là **hệ số co giãn toàn phần** của z .

Bài tập. Cho hàm kinh tế

$$z = 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{0,25},$$

trong đó x, y là các biến ngoại sinh độc lập. Tại điểm $(x_o = 400, y_o = 160000)$,

- 1 Tìm hệ số co giãn của z theo biến y (bằng cả hai cách: trực tiếp và công thức).
- 2 Tìm hệ số co giãn của z (bằng cả hai cách: trực tiếp và công thức).

ĐO LƯỜNG SỰ THAY ĐỔI TƯƠNG ĐỐI - BÀI TẬP

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Bài tập về nhà

Xác định hệ số co giãn của $z = z(x, y)$ theo x trong các trường hợp sau

- ❶ **Trường hợp 3.** z là hàm ẩn xác định bởi $F(x, y, z) = 0$, x, y là các biến ngoại sinh độc lập.
- ❷ **Trường hợp 4.** z là hàm ẩn xác định bởi $F(x, y, z) = 0$ và y là biến nội sinh phụ thuộc vào x .

MỘT SỐ CÔNG THỨC

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

MỘT SỐ CÔNG THỨC

$$\epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Suy ra,

1

$$\epsilon_x^z = \frac{\delta(\ln z)}{\delta(\ln x)},$$

2

$$\epsilon_x^{fg} = \epsilon_x^f + \epsilon_x^g,$$

3

$$\epsilon_x^{f/g} = \epsilon_x^f - \epsilon_x^g.$$

GIÁ TRỊ CẬN BIÊN - HỆ SỐ CO GIÃN

$$(\text{Mz})_x = z'_x, \epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

GIÁ TRỊ CẬN BIÊN - HỆ SỐ CO GIẤN

$$(\text{Mz})_x = z'_x, \epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Suy ra,

1

$$\epsilon_x^z = (\text{Mz})_x \cdot \frac{x}{z},$$

GIÁ TRỊ CẬN BIÊN - HỆ SỐ CO GIÃN

$$(Mz)_x = z'_x, \epsilon_x^z = z'_x \cdot \frac{x}{z}.$$

Suy ra,

①

$$\epsilon_x^z = (Mz)_x \cdot \frac{x}{z},$$

② Nếu đặt $(Az)_x = \frac{z}{x}$ là hàm trung bình của z theo x thì ta có,

$$\epsilon_x^z = \frac{(Mz)_x}{(Az)_x}$$

Đặt vấn đề

- Cho hàm kinh tế $z = z(x, y)$,

Đặt vấn đề

- Cho hàm kinh tế $z = z(x, y)$,
- Tại $(x = x_o, y = y_o)$, ta được

$$z_o = z(x_o, y_o).$$

Đặt vấn đề

- Cho hàm kinh tế $z = z(x, y)$,
- Tại $(x = x_o, y = y_o)$, ta được

$$z_o = z(x_o, y_o).$$

- Nếu thay đổi $x : x_o \rightarrow x_o + \Delta x$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 1

Đặt vấn đề

- Cho hàm kinh tế $z = z(x, y)$,
- Tại $(x = x_o, y = y_o)$, ta được

$$z_o = z(x_o, y_o).$$

- Nếu thay đổi $x : x_o \rightarrow x_o + \Delta x$ thì liệu có tồn tại sự thay đổi $y : y_o \rightarrow y_o \pm \Delta y$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 1

Đặt vấn đề

- Cho hàm kinh tế $z = z(x, y)$,
- Tại $(x = x_o, y = y_o)$, ta được

$$z_o = z(x_o, y_o).$$

- Nếu thay đổi $x : x_o \rightarrow x_o + \Delta x$ thì liệu có tồn tại sự thay đổi $y : y_o \rightarrow y_o \pm \Delta y$ sao cho giá trị của hàm kinh tế z không thay đổi, tức là

$$z(x_o + \Delta x, y_o - \Delta y) = z(x_o, y_o)?$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 2

Ta nói rằng

- y có thể thay thế được cho x nếu $\forall \Delta x$, there exists Δy sao cho

$$z(x_o + \Delta x, y_o - \Delta y) = z(x_o, y_o).$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 2

Ta nói rằng

- y có thể thay thế được cho x nếu $\forall \Delta x$, there exists Δy sao cho

$$z(x_o + \Delta x, y_o - \Delta y) = z(x_o, y_o).$$

- Điều đó tương đương với $\forall x, \exists y$ sao cho

$$z(x, y) = z(x_o, y_o).$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 2

Ta nói rằng

- y có thể thay thế được cho x nếu $\forall \Delta x$, there exists Δy sao cho

$$z(x_o + \Delta x, y_o - \Delta y) = z(x_o, y_o).$$

- Điều đó tương đương với $\forall x, \exists y$ sao cho

$$z(x, y) = z(x_o, y_o).$$

- Và cũng tương đương với $\exists y = y(x)$ sao cho $\forall x$, ta có

$$z(x, y(x)) = z(x_o, y_o).$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 3

- $\exists y = y(x)$ sao cho $\forall x$, ta có

$$z(x, y(x)) = z(x_o, y_o).$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 3

- $\exists y = y(x)$ sao cho $\forall x$, ta có

$$z(x, y(x)) = z(x_o, y_o).$$

- Tương đương với

$$\exists y = y(x) : \begin{cases} y(x_o) &= y_o \\ z'(x) &= 0 \end{cases} \quad \forall x.$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 3

- $\exists y = y(x)$ sao cho $\forall x$, ta có

$$z(x, y(x)) = z(x_o, y_o).$$

- Tương đương với

$$\exists y = y(x) : \begin{cases} y(x_o) = y_o \\ z'(x) = 0 \end{cases} \quad \forall x.$$

- Nói một cách khác

$$\exists y = y(x) : \begin{cases} y(x_o) = y_o \\ \frac{\delta z}{\delta x} + \frac{\delta z}{\delta y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0 \end{cases} \quad \forall x.$$

Bằng cách sử dụng các định lý liên quan đến sự tồn tại nghiệm của "exact differential equations" và "implicit functions", ta có

- Nếu

$$\frac{\delta z}{\delta y}(x_o, y_o) = 0$$

thì hệ trên vô nghiệm và dẫn đến x, y không thể thay thế hay bổ sung được cho nhau tại điểm (x_o, y_o) .

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 5

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) > 0.$$

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) > 0.$$

- Hàm y là một hàm nghịch biến theo x ,

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 5

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) > 0.$$

- Hàm y là một hàm nghịch biến theo x ,
- Ta nói rằng y có thể thay thế được cho x tại $(x = x_o, y = y_o)$,

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 5

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) > 0.$$

- Hàm y là một hàm nghịch biến theo x ,
- Ta nói rằng y có thể thay thế được cho x tại $(x = x_o, y = y_o)$,
- Đồng thời, để giữ nguyên z tại điểm (x_o, y_o) thì khi ta tăng (giảm) x một đơn vị, ta phải giảm (tăng) y đi $\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o)$ đơn vị.

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 5

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) > 0.$$

- Hàm y là một hàm nghịch biến theo x ,
- Ta nói rằng y có thể thay thế được cho x tại $(x = x_o, y = y_o)$,
- Đồng thời, để giữ nguyên z tại điểm (x_o, y_o) thì khi ta tăng (giảm) x một đơn vị, ta phải giảm (tăng) y đi $\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o)$ đơn vị.
- Hệ số $\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) > 0$ được gọi là hệ số thay thế (cận biên) của y cho x .

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) < 0.$$

- thì hàm y là một hàm đồng biến theo x .

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) < 0.$$

- thì hàm y là một hàm đồng biến theo x .
- ta nói rằng x và y bổ sung cho nhau tại $(x = x_o, y = y_o)$.

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 6

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) < 0.$$

- thì hàm y là một hàm đồng biến theo x .
- ta nói rằng x và y bổ sung cho nhau tại $(x = x_o, y = y_o)$.
- Đồng thời, để giữ nguyên z tại điểm (x_o, y_o) thì khi ta tăng (giảm) x một đơn vị thì ta phải tăng (giảm) y đi

$$\left| \frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) \right| \text{ đơn vị.}$$

PHÂN TÍCH SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - 6

$$\frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) < 0.$$

- thì hàm y là một hàm đồng biến theo x .
- ta nói rằng x và y bổ sung cho nhau tại $(x = x_o, y = y_o)$.
- Đồng thời, để giữ nguyên z tại điểm (x_o, y_o) thì khi ta tăng (giảm) x một đơn vị thì ta phải tăng (giảm) y đi $\left| \frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) \right|$ đơn vị.
- Hệ số $\left| \frac{z'_x}{z'_y}(x_o, y_o) \right|$ được gọi là hệ số bổ sung cận biên của y cho x .

SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - VD

Tính toán trực tiếp

❶ Giá trị tại (x_o, y_o) : $z(400, 160000) = 800$.

SỰ THAY THỂ GIỮA CÁC BIẾN - VD

Tính toán trực tiếp

① Giá trị tại (x_o, y_o) : $z(400, 160000) = 800$.

② Khi x tăng 1, y thay đổi một lượng Δy :

$$z(401, 160000 \pm \Delta y) = 2 \cdot 401^{0,5} (160000 \pm \Delta y)^{0,25}.$$

SỰ THAY THỂ GIỮA CÁC BIẾN - VD

Tính toán trực tiếp

❶ Giá trị tại (x_o, y_o) : $z(400, 160000) = 800$.

❷ Khi x tăng 1, y thay đổi một lượng Δy :

$$z(401, 160000 \pm \Delta y) = 2 \cdot 401^{0,5} (160000 \pm \Delta y)^{0,25}.$$

❸ Để z không đổi thì

$$2 \cdot 401^{0,5} \cdot (160000 \pm \Delta y)^{0,25} = 800$$

SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - VD

$$z = 2x^{0,5}y^{0,25}$$

Tính toán trực tiếp

❶ Để z không đổi thì

$$(160000 - \Delta y)^{0,25} \approx 19,9750467776$$

$$\iff 160000 - \Delta y \approx 19,9750467776^4 \approx 159202,990033$$

$$\iff \Delta y \approx 797,009967469,$$

SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - VD

$$z = 2x^{0,5}y^{0,25}$$

Tính toán trực tiếp

❶ Để z không đổi thì

$$(160000 - \Delta y)^{0,25} \approx 19,9750467776$$

$$\iff 160000 - \Delta y \approx 19,9750467776^4 \approx 159202,990033$$

$$\iff \Delta y \approx 797,009967469,$$

❷ Như vậy, tại điểm $(x_o = 400, y_o = 160000)$, thì để z không đổi khi x tăng lên 1, ta phải giảm y đi ≈ 797 .

SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - VD

$$z = 2x^{0,5}y^{0,25}$$

Tính toán bằng công thức

① Ta có

$$\frac{\delta z}{\delta x} = x^{-0,5}y^{0,25}, \frac{\delta z}{\delta y} = 0,5x^{0,5}y^{-0,75}.$$

SỰ THAY THỂ GIỮA CÁC BIẾN - VD

$$z = 2x^{0,5}y^{0,25}$$

Tính toán bằng công thức

❶ Ta có

$$\frac{\delta z}{\delta x} = x^{-0,5}y^{0,25}, \frac{\delta z}{\delta y} = 0,5x^{0,5}y^{-0,75}.$$

❷ Tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$, ta có

$$\frac{\delta z}{\delta x}(400, 160000) = 1, \frac{\delta z}{\delta y}(400, 160000) = \frac{1}{800}.$$

SỰ THAY THỂ GIỮA CÁC BIẾN - VD

$$z = 2x^{0,5}y^{0,25}$$

Tính toán bằng công thức

① Tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$, ta có

$$\frac{z'_x}{z'_y}(400, 160000) = 800 > 0.$$

SỰ THAY THẾ GIỮA CÁC BIẾN - VD

$$z = 2x^{0,5}y^{0,25}$$

Tính toán bằng công thức

- ❶ Tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$, ta có

$$\frac{z'_x}{z'_y}(400, 160000) = 800 > 0.$$

- ❷ **Kết luận.** y có thể thay thế được cho x . Hơn nữa, để giữ nguyên giá trị của hàm kinh tế z tại $(x_o = 400, y_o = 160000)$, thì khi ta tăng (hay giảm) x đi 1 đơn vị thì ta phải giảm (hay tăng) y đi 800 đơn vị.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

Khi trong các biến ngoại sinh có biến thời gian thì ta còn có thể đo lường **hệ số tăng trưởng**.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

Khi trong các biến ngoại sinh có biến thời gian thì ta còn có thể đo lường **hệ số tăng trưởng**.

Hệ số tăng trưởng

Hệ số tăng trưởng của hàm kinh tế $z = z(x, y, t)$ tại thời điểm (x_o, y_o, t_o) là sự thay đổi **tương đối, thường tính theo %** của z khi t tăng tuyệt đối lên 1 (từ t_o thành $t_o + 1$), trong khi các biến còn lại không thay đổi.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

Khi trong các biến ngoại sinh có biến thời gian thì ta còn có thể đo lường **hệ số tăng trưởng**.

Hệ số tăng trưởng

Hệ số tăng trưởng của hàm kinh tế $z = z(x, y, t)$ tại thời điểm (x_o, y_o, t_o) là sự thay đổi **tương đối, thường tính theo %** của z khi t tăng tuyệt đối lên 1 (từ t_o thành $t_o + 1$), trong khi các biến còn lại không thay đổi.

Ví dụ. GDP Việt Nam năm 2019 tăng 7%. Nghĩa là

$$\frac{(\text{GDP})(2019) - (\text{GDP})(2018)}{(\text{GDP})(2018)} = 7\%.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

$$z = z(x, y, t).$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

$$z = z(x, y, t).$$

Ta có

$$(\Delta z)_t = z(x, y, t + \Delta t) - z(x, y, t) \approx z'_t \cdot \Delta t.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

$$z = z(x, y, t).$$

Ta có

$$(\Delta z)_t = z(x, y, t + \Delta t) - z(x, y, t) \approx z'_t \cdot \Delta t.$$

Do đó,

$$\frac{(\Delta z)_t}{z} \approx \frac{z'_t}{z} \cdot \Delta t.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG

$$z = z(x, y, t).$$

Ta có

$$(\Delta z)_t = z(x, y, t + \Delta t) - z(x, y, t) \approx z'_t \cdot \Delta t.$$

Do đó,

$$\frac{(\Delta z)_t}{z} \approx \frac{z'_t}{z} \cdot \Delta t.$$

Nếu $\Delta t = 1$, thì ta có hệ số tăng trưởng

$$r_z = \frac{z'_t}{z}.$$

Lưu ý. Hệ số tăng trưởng thường được tính theo %.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử công thức tính GDP của Việt Nam trong giai đoạn 1995-2018 xác định bởi

$$\text{GDP}(K, L, t) = 0,000005 \cdot e^{0,053t} \cdot K^{0,103} L^{2,335}.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử công thức tính GDP của Việt Nam trong giai đoạn 1995-2018 xác định bởi

$$\text{GDP}(K, L, t) = 0,000005 \cdot e^{0,053t} \cdot K^{0,103} L^{2,335}.$$

Trong đó năm 1995 được xác định là năm đầu tiên, tức là năm 1995 tương ứng với $t = 0$.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử công thức tính GDP của Việt Nam trong giai đoạn 1995-2018 xác định bởi

$$\text{GDP}(K, L, t) = 0,000005 \cdot e^{0,053t} \cdot K^{0,103} L^{2,335}.$$

Trong đó năm 1995 được xác định là năm đầu tiên, tức là năm 1995 tương ứng với $t = 0$. Thì ta có hệ số tăng trưởng của Việt Nam trong giai đoạn này là

$$r_{\text{GDP}} = \frac{\text{GDP}'_t}{\text{GDP}}$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử công thức tính GDP của Việt Nam trong giai đoạn 1995-2018 xác định bởi

$$\text{GDP}(K, L, t) = 0,000005 \cdot e^{0,053t} \cdot K^{0,103} L^{2,335}.$$

Trong đó năm 1995 được xác định là năm đầu tiên, tức là năm 1995 tương ứng với $t = 0$. Thì ta có hệ số tăng trưởng của Việt Nam trong giai đoạn này là

$$r_{\text{GDP}} = \frac{\text{GDP}'_t}{\text{GDP}} = 0,053 = 5,3\%.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử công thức tính GDP của Việt Nam trong giai đoạn 1995-2018 xác định bởi

$$\text{GDP}(K, L, t) = 0,000005 \cdot e^{0,053t} \cdot K^{0,103} L^{2,335}.$$

Trong đó năm 1995 được xác định là năm đầu tiên, tức là năm 1995 tương ứng với $t = 0$. Thì ta có hệ số tăng trưởng của Việt Nam trong giai đoạn này là

$$r_{\text{GDP}} = \frac{\text{GDP}'_t}{\text{GDP}} = 0,053 = 5,3\%.$$

Lưu ý. Hệ số tăng trưởng bên trên là hệ số tăng trưởng trung bình cho giai đoạn đã chỉ ra. Xem thêm tại investopedia.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử bạn vay vốn tại một ngân hàng với số vốn gốc là V_0 và lãi suất là r , lãi được tính theo **lãi kép**, nghĩa là vốn sẽ được tính dựa vào vốn gốc và lãi phát sinh thêm tại thời điểm tính.

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

Giả sử bạn vay vốn tại một ngân hàng với số vốn gốc là V_o và lãi suất là r , lãi được tính theo **lãi kép**, nghĩa là vốn sẽ được tính dựa vào vốn gốc và lãi phát sinh thêm tại thời điểm tính.

Thời điểm	Vốn	Lãi	Vốn + Lãi
$t=1$	V_o	$V_o \cdot r$	$V_o(1 + r)$
$t=2$	$V_o(1 + r)$	$V_o(1 + r) \cdot r$	$V_o(1 + r)^2$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

- Khi t tăng từ 0 đến 1:

$$\frac{V_o(1+r) - V_o}{V_o} = r.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

- Khi t tăng từ 0 đến 1:

$$\frac{V_o(1+r) - V_o}{V_o} = r.$$

- Khi t tăng từ 1 đến 2:

$$\frac{V_o(1+r)^2 - V_o(1+r)}{V_o(1+r)} = r.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ

- Khi t tăng từ 0 đến 1:

$$\frac{V_o(1+r) - V_o}{V_o} = r.$$

- Khi t tăng từ 1 đến 2:

$$\frac{V_o(1+r)^2 - V_o(1+r)}{V_o(1+r)} = r.$$

- Hệ số tăng trưởng trung bình: r .

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ



$$V_t = V_o(1 + r)^t$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ



$$V_t = V_o(1 + r)^t$$



$$(V_t)' = V_o(1 + r)^t \ln(1 + r)$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ



$$V_t = V_o(1 + r)^t$$



$$(V_t)' = V_o(1 + r)^t \ln(1 + r)$$

- Hệ số tăng trưởng là

$$\ln(1 + r)$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - VÍ DỤ



$$V_t = V_o(1 + r)^t$$



$$(V_t)' = V_o(1 + r)^t \ln(1 + r)$$

- Hệ số tăng trưởng là

$$\ln(1 + r) \approx r.$$

HỆ SỐ TĂNG TRƯỞNG - BÀI TẬP

Bài tập nhóm

Chứng minh các công thức sau:

1

$$r_z = \frac{\delta(\ln z)}{\delta t}.$$

2

$$r_{uv} = r_u + r_v.$$

3

$$r_{u/v} = r_u - r_v.$$

4

$$r_{u+v} = \frac{u}{u+v} \cdot (r_u + r_v).$$

5

$$r_{u-v} = \frac{u}{u-v} \cdot (r_u - r_v).$$

BÀI TẬP LỚN

Bài tập lớn

- ❶ Phân tích sự thay thế **tương đối** giữa các biến.
- ❷ Tìm (kèm giải thích) công thức tính hệ số tăng trưởng của hàm $z = z(x, y, t)$ khi
 - a. biến ngoại sinh x phụ thuộc vào t .
 - b. biến ngoại sinh y phụ thuộc vào t .
 - c. cả hai biến ngoại sinh x, y đều phụ thuộc vào t .
 - d. hàm z là hàm ẩn cho bởi $F(x, y, z, t) = 0$ và các biến ngoại sinh x, y, t là độc lập từng đôi một.

Lưu ý. Chỉ chấm điểm 2 nhóm đúng nhất và sớm nhất. Deadline: April 02, 2020.

Thank you

Thank you!